

# ÇİFT CİDARLI KOMPOZİT KİRİŞLERİN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE GERİLME ANALİZİ

Orhan DOĞAN\*, Alper BÜYÜKKARAGÖZ\*\*

\*Kırıkkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Yahşihan-71450/Kırıkkale

\*\*Gazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Maltepe-06570/Ankara

Geliş Tarihi : 28.02.2006

## ÖZET

Çift cidarlı kompozit (ÇCK) yapı, eleman derinliği boyunca ve üst üste kapanan, kaynatılmış kesme civileriyle tutturulmuş nispeten ince iki çelik plaka arasında sandviç edilmiş donatısız beton bloktan oluşan bir yapı formudur. Geleneksel yapı formlarına oranla daha dayanıklı ve etkin kullanım avantajına sahiptir. Bu çalışmanın esas amacı daha önce yapılmış olan çalışmalara ilaveten sayısal bir yaklaşımla çözümler üretmek, karşılaştırma yapmak ve çift cidarlı kompozit kirişin optimum tasarımını için yaklaşıklık fonksiyonlar elde etmektir. Sonlu eleman analizleri için ANSYS 5.4 programı kullanılmıştır.

**Anahtar Kelimeler :** Çift cidarlı kompozit kiriş, Kesme civisi, Gerilme analizi, Optimum tasarım, Ansys.

## STRESS ANALYSIS OF DOUBLE SKIN COMPOSITE BEAMS BY FINITE ELEMENT ANALYSIS

## ABSTRACT

Double skin composite (DSC) construction consists of a layer of a plain concrete, sandwiched between two layers of relatively thin steel plate, connected to the concrete by welded stud shear connectors. This results in a strong and efficient structure with certain potential advantages over conventional forms of construction. The main aim of the present study is to provide additional numerical solution to compare with previous researches and to develop appropriate functions of optimum design depending on double skin composite beams. Ansys 5.4 program has been used for finite element analysis.

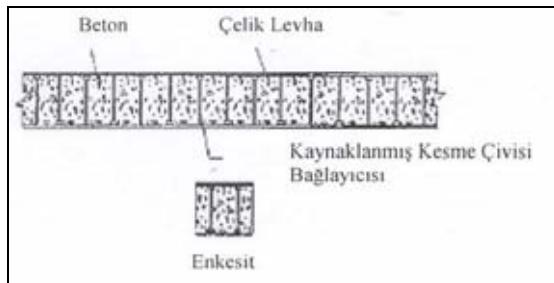
**Key Words :** Double skin composite beam, Stud, Stress analysis, Optimum design, Finite element method.

## 1. GİRİŞ

Çift cidarlı kompozit (ÇCK) yapı, eleman derinliği boyunca ve üst üste kapanan kaynatılmış kesme civileriyle tutturulmuş nispeten ince iki çelik plaka arasında sandviç edilmiş donatısız beton bloktan oluşan bir yapı formudur (Şekil 1). Bu yapı sistemi, dıştaki çelik plakların, hem donatı ve geçici kalıp görevi yapması, hem de geçirimsiz, çarpılmaya ve patlamaya dayanıklı yapı elemanı gibi davranışması nedeniyle oldukça avantajlıdır. Yapı elemanı

derinliğindeki kesme civilerinin fonksiyonu; dıştaki çelik plakalar ile aradaki dolgu betonu arasında normal ve kesme kuvvetini aktarmak, bilinen betonarme yapılara benzer kayma gerilmesi donatısı gibi çalışmak ve ayrıca bu elemanlar arasındaki ayrılmayı önlemektir. Bu yapı formu ilk olarak su altına gömülmüş çelik kabuk ve betonarme tüp tünel yapılmasına alternatif olarak geliştirilmiştir. Fakat bu yapı formu daha sonra petrol üretimi ve depolama tankları, silolar, yüksek binaların çekirdek kesme duvarları ve çarpılmaya, patlamaya dayanıklı

olması gereken değişik kara ve sualtı yapıları için de uygun bulunmuştur.



Şekil 1. Çift cidarlı kompozit kiriş.

Bugüne kadar yapılan deneysel ve teorik çalışmalar göstermiştir ki, ÇCK elemanlar ve yapılar genellikle geleneksel betonarme ve çelik-beton kompozit yapılarının teorisine benzer olarak tasarımlanabilir. Ancak, ÇCK yapının tasarımında en önemli unsur, dış çelik plakalarla beton arasındaki kesme bağlantısı elemanlarının tasarımlanmasıdır. Bu bağlayıcı elemanların kesme kuvvetine göre tasarlanabilmesi için beton blok ile çelik plakalar arasındaki kesme kuvveti dağılımının eleman boyunca belirlenmesi önemlidir. Bağlayıcı elemanların sonlu ve sonsuz rıjıt olması kabulüne dayalı olarak pek çok teorik ve deneysel çalışmalar yapılmıştır (Halam, 1976; Lo, 1978; Oehlers and Foley, 1985; Oehlers and Coughlan, 1986; Toplin and Grundy, 1995; Toplin ve Grundy, 1997; Oehlers and Nguyen, 1997; Dogan and Roberts, 1998; Fang et al., 2000).

Bu çalışmanın amacı beton blok ile çelik plakalar arasındaki kesme çivi bağlayıcılarının rıjıt olduğu kabulüne dayalı yapılmış olan teorik çalışmanın (Doğan, 1997) sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan sayısal çalışmaya olan uyumunu incelemektir.

## 2. ÇİFT CİDARLI KOMPOZİT KİRİŞLERİN TAM ETKİLEŞİM ANALİZİ

### 2. 1. Tanım

Çift cidarlı kompozit (ÇCK) kırışlerin tasarımında önemli bir husus, dıştaki çelik levhalarla içteki dolu beton arasındaki kesme ve normal kuvvetlerin nakledilmesini sağlayan kesme bağlayıcılarının planlanmasıdır. İlave bağlantıların eklenmesiyle eğilme dayanımında artış sona erer ve tam kesme (tam etkileşim) bağlantısı sağlanır. Bütün bağlayıcılar sonlu rıjitelge sahiptirler ve bu yüzden kesme kuvvetleri oluşursa, beton ile çelik levhalar arasında kayma meydana gelir. Kayma; çelik-beton ara yüzündeki eğilme rıjitliğinin uygun bir şekilde

azalması sonucunda, sürekli bir şekil değiştirme ile sonuçlanır.

Çoğu durumda, kayma ve kaymanın yapısal davranış üzerindeki etkisi, kompozit sistemin analizinde ihmali edilebilecek kadar küçük olabilir (tam etkileşimli). Bununla birlikte bazı durumlarda tam kesme bağlantısı için gerekenden daha az bağlantı ya da nispeten düşük rıjitelge sahip bağlantılar kullanmak daha uygun olabilir. Kesme bağlantılarının rıjitelği itme-kesme testi denilen deneylerle hesaplanabilir.

### 2. 2. Temel Varsayımlar

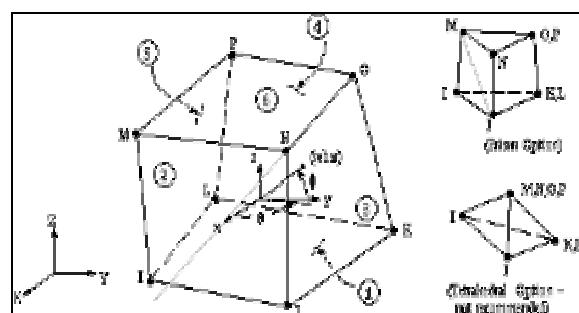
ÇCK kırışlerinin tam etkileşim analizi aşağıdaki varsayımlara dayanmaktadır.

- Celik ve beton lineer elastik malzemelerdir.
- Çekme gerilmesine maruz kalmış beton çatlamıştır ve yük taşımaz.
- Beton ve çelik arasındaki kesme bağlantısı, kayma meydana getirmeyecek derecede rıjittir (Büyükkaragöz, 2000).
- Kesme çivileri ve levhalar birbirlerine yapıştırılarak modellenmiştir.

## 3. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE GERİLME ANALİZİ

### 3. 1. Giriş

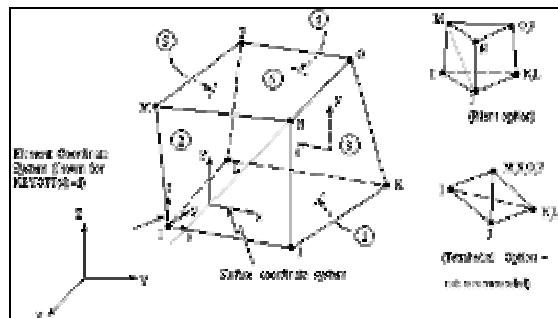
Burada daha önceden ÇCK kirişin davranış ve tasarımını üzerine yapılmış olan teorik ve deneysel çalışmalarla alternatif olarak, sonlu elemanlar yönteminin kullanılması sayısal bir yaklaşım getirilmiştir. İlk olarak teorik ve deneylerde kullanılan modelin sayısal analizi yapılarak sonuçlar değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme sonucunda, betondaki ve kesme çivileriyle levhaların bireşim noktalarındaki gerilmelerle emniyet değerleri karşılaştırılmış ve optimum bir tasarım elde edilmeye çalışılmıştır. Ansys 5.4 (Anon., 1997) sonlu eleman programında beton modeli için Solid65 concrete elemanı Şekil 2'de kullanılmıştır.



Şekil 2. Solid65 concrete eleman modeli.

Solid65 elemanı beton ve betonarme elemanlar için ayrılmış, çekmede çatlama, basıncıza ezilme, plastik deformasyon ve sünme özelliklerini barındıran 8 düğüm noktalı solid elemandır. Bu eleman donatısız olarak kullanılabileceği gibi, üç farklı malzeme ve kesit özellikleri olarak da tanımlanabilir (Yavuzer, 2005).

Çelik levha ve kesme civileri içinse Solid 45 elemanı (Şekil 3) kullanılmıştır.



Şekil 3. Solid45 eleman modeli.

Solid45 elemanı üç boyutlu izotropik katı cisimlerin modellenmesinde kullanılan bir elemandır. 8 düğüm noktalı, her düğüm noktasında x, y ve z yönlerinde 3 ötelenme serbestlik derecesine sahiptir (Moavani, 1999).

### 3.2. Sistemin Tanıtımı

Analizi yapılan sistem, iki yüzeyi ince çelik plakla kapanmış ortası betonla doldurulmuş ve birbirlerine beton derinliği boyunca ve çelik plakların iç yüzeylerine kaynatılmış ve içe geçirilmiş kesme civileriyle tutturulmuş, çift cidarlı kompozit (ÇCK) ve basit mesnetli bir kırış sistemidir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen değerler çift cidarlı kompozit kırışlerin tam etkileşim teorisi ile karşılaştırılmıştır (Doğan, 1997).

Bu kırışın analizinde, öncelikle iki noktaya etkiyen sabit statik yük altında 4 farklı kırış modeli ele alınmıştır. Daha sonra, sabit çelik levha kalınlığında farklı beton kalınlıkları için (veya tersi) kesme civisi birleşim noktalarındaki optimum dizayn gerilmeleri göz önünde tutularak sisteme etkiyebolecek kuvvetlerin bulunmasına yönelik denklemlerin elde edilmesine çalışılmıştır. Model 1'de beton elemanın boyu 1500 mm, eni 200 mm, yüksekliği 150mm; çelik levhanın boyu 1500 mm, eni 200 mm, yüksekliği 8 mm'dir. Kullanılan kesme civilerinin gövde çapı 10 mm, başlık çapı 20 mm ve boyları 150 mm'dir. Malzeme olarak 4 modelde de çelik için BCI, beton için BS25 kullanılmıştır, çelik için Elastisite Modülü 210000 Mpa, Young Modülü 0.3, beton için ise Elastisite Modülü 24180 Mpa, Young Modülü 0.2 olarak alınmıştır.

Modülü 0.2 almıştır. Her modelde beton elemanın modellenmesinde Hognestad Modeli kullanılmış ve gerilme-birim uzama değerleri hesaplanarak programda girilmiştir (Ersoy, 2001).

Model 1'de yapılan analizler sonucunda kırış simetrik etkiyen tekil 135000 N'luk yük sonucunda basınç bölgesinde kesme civilerinin levhayla birleştiği bölgelerde akma dayanımı aşılmış, betonda ise ezilmeler başlamıştır ve sonuçta bu modelin boyutlarının değiştirilmesi ihtiyacı duyulmuştur. Bu yüzden Model 2, Model 3 ve Model 4 oluşturulmuş ve yapılan analizler sonucu en uygun model tespit edilmiştir. Model 2'de çelik elemanın yüksekliği 16 mm olarak alınmış, beton ve kesme civilerinin boyutunda herhangi bir değişiklik yapılmamıştır. Model 3'de beton elemanın yüksekliği 200 mm alınmış; çelik levhanın ve kesme civilerinin boyutunda herhangi bir değişiklik yapılmamıştır. Model 4'de beton elemanın yüksekliği 200 mm; çelik levhanın yüksekliği 16 mm olarak alınmış, kesme civilerinin boyutunda herhangi bir değişiklik yapılmamıştır.

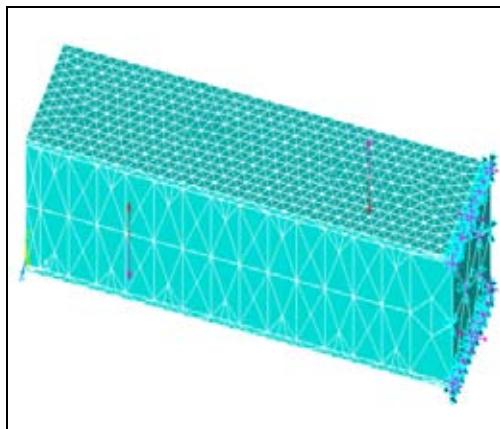
### 3.3. Modellerin Oluşturulması

Analizi yapılan sistem, iki yüzeyi ince çelik plakla kapanmış ortası betonla doldurulmuş ve birbirlerine beton derinliği boyunca ve çelik plakların iç yüzeylerine kaynatılmış ve içe geçirilmiş kesme civileriyle tutturulmuş, çift cidarlı kompozit (ÇCK) ve basit mesnetli bir kırış sistemidir. Model 1'de beton elemanın boyu 1500 mm, eni 200 mm, yüksekliği 150mm; çelik levhanın boyu 1500 mm, eni 200 mm, yüksekliği 8 mm'dir. Kullanılan kesme civilerinin çapı gövdede 10 mm, başlıkta 20 mm'dir.

Kesme civilerinin gövde yüksekliği 143 mm, başlık yüksekliği ise 7 mm'dir. Malzeme olarak çelik için BCI, beton için BS25 kullanılmıştır.

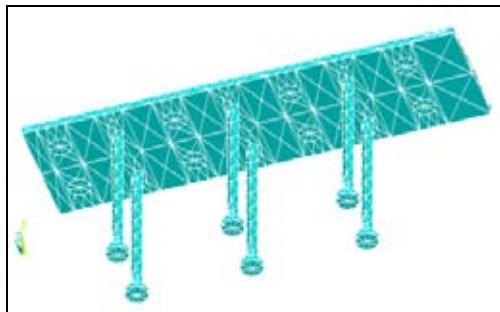
Analiz için Sonlu Elemanlar Programı olan ANSYS 5.4 programı kullanılmıştır. Bu programda modeli oluştururken, modelde kullanılan elemanların özellikleri tanıtılmış ve analiz bu elemanların özelliklerine göre yapılmıştır. Burada çelik için Elastisite Modülü 210000 Mpa Young Modülü 0.3, beton için ise Elastisite Modülü 24180 Mpa Young Modülü 0.2 olarak alınmıştır. Modele etkiyen iki düşey P yükü mevcuttur. İlk yük 135000N şiddetinde olup kırışın  $x = 575$  mm,  $y = 158$  mm,  $z = -100$  mm koordinatlarına etkimektedir. İkinci yük ise yine 135000N şiddetinde olup, kırışın  $x = 925$  mm,  $y = 158$  mm,  $z = -100$  mm koordinatlarına etkimektedir. Modelleme yapılırken elemanın simetrik olması göz önünde bulundurulmuştur. Eleman sayısının çok olmasının bilgisayar kapasitesini zorlaması ve çözüm süresini bir hayli

uzatması ve ayrıca elemanın sağ yarısında elde edilen değerlerin sol yarısıyla aynı olmasından dolayı elemanın sol yarısı modellenmiştir. Kırışın sağ uç kısmı kesit boyunca ankastre mesnetleşmiştir. Modelde etkiyen yükler ve mesnetlerin görünümü Şekil 4'de verilmiştir.

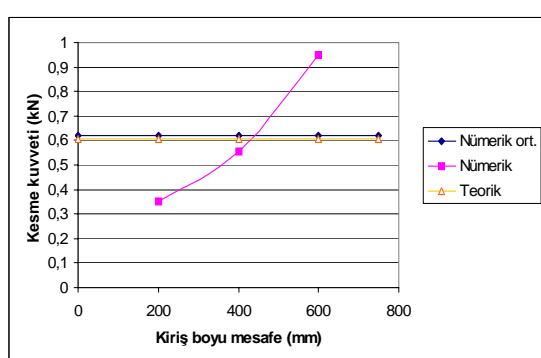


Şekil 4. Sistemin sonlu alanlara ayrılmış genel görünüsü.

Şekil 5'de modellemesi yapılan kırışte kullanılan kesme civileri ve üst levha görülmektedir. Şekil 6'da Model 1 için kırış boyunca ara yüz kesme kuvvetlerinin değişimi verilmiştir.

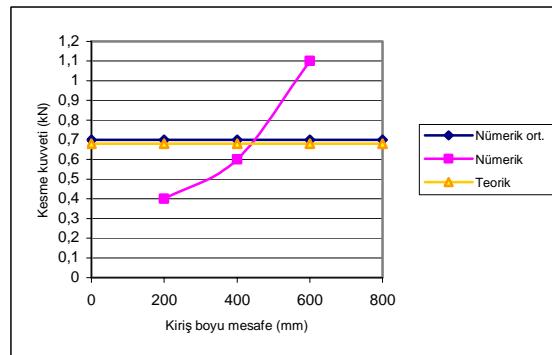


Şekil 5. Kesme civilerinin üst levhayla birlikte görünümü.



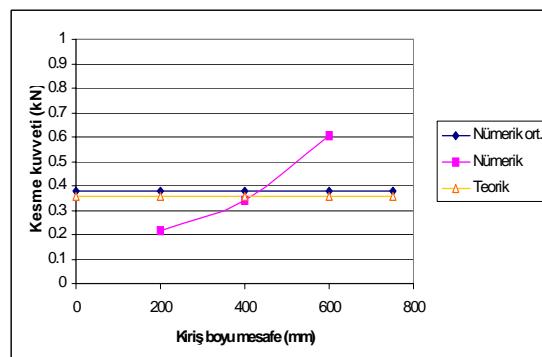
Şekil 6. Kırış boyunca basınç bölgesindeki ara yüz kesme kuvvetleri (Model 1).

Model 2'de aynı noktadan 135000N'luk yük etkilmiştir. Bu sistemde levha kalınlığı 16 mm, beton kalınlığı 150 mm, beton ve levha genişlikleri 200 mm ve kırış boyu 1500 mm'dir. Kesme civileri aynı ebattadır. Şekil 7'de Model 2 için kırış boyunca ara yüz kesme kuvvetlerinin değişimi verilmiştir.



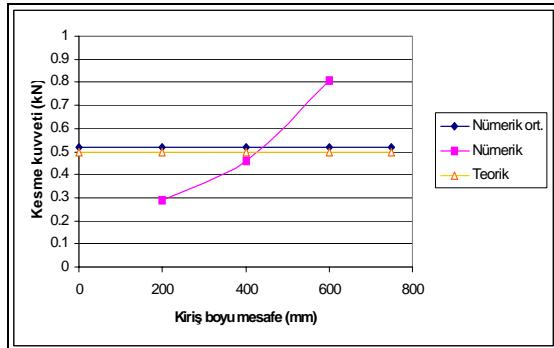
Şekil 7. Kırış boyunca basınç bölgesindeki ara yüz kesme kuvvetleri (Model 2).

Model 3'de aynı noktadan 135000 N'luk yük etkilmiştir. Burada; levha kalınlığı 8 mm, beton kalınlığı 200 mm, beton ve levhanın genişlikleri ise 200mm'dir. Kesme civileri aynı ebattadır. Şekil 8'de Model 3 için kırış boyunca ara yüz kesme kuvvetlerinin değişimi verilmiştir.



Şekil 8. Kırış boyunca basınç bölgesindeki ara yüz kesme kuvvetleri (Model 3).

Model 4'de yine aynı noktadan 135000 N'luk yük etkilmiştir. Çelik levha kalınlığı 16 mm, beton kalınlığı 200 mm, beton ve levha genişliği 200 mm'dir. Kesme civileri aynı ebattadır. Şekil 9'da Model 4 için kırış boyunca ara yüz kesme kuvvetlerinin değişimi verilmiştir.



Şekil 9. Kiriş boyunca basınç bölgesindeki ara yüz kesme kuvvetleri (Model 4).

#### 4. SONUÇ VE ÖNERİLER

Yapılan bu çalışmada farklı çift cidarlı kompozit kiriş (ÇCK) modellerinde gerilme analizleri yapılmıştır. Modeller ANSYS 5.4 sonlu eleman programıyla modellenmiş ve çelik ve betondan oluşan iki farklı malzemenin kendi malzeme özellikleri göz önüne alınarak analizler yapılmıştır. ÇCK sistemlerin dizayn esası olan kesme çivilerindeki öncül göçme kuralına uygun seçilen sistem üzerinde yapılan analizler sonucunda, kesme çivilerinin levha plakalarla birleştiği bağlantı noktalarındaki kopmaların, kirişin göçmesi yönünde öncül bir neden olduğu görülmüştür. Sonuçta farklı yüklerin etkidiği ÇCK sisteme kesme çivilerinin levha plakalarla birleştiği bağlantı noktalarındaki emniyet gerilmesinin aşılmaması ve sistemin etkiyen yükü taşıması için gerekli beton derinliği ve levha kalınlıklarının bulunmasına yönelik denklemler elde edilmiştir.

Kirişe iki noktadan simetrik olarak etkiyen statik toplam yükün 135000 N olması durumu için 4 farklı model üzerinde yapılan analiz sonucunda beton, çelik levha ve kesme çivi bağlantı noktalarında oluşan maksimum gerilme oranları aşağıdaki Tablo 1'de verilmiştir.

Yukarıdaki 4 modele ait analiz sonuçlarında görülmüştür ki, beton derinliği aynı tutulup, levha kalınlığı % 100 arttırıldığında betondaki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 43.3 azalmakta, çelikteki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 21.7,  $\tau_{\max}$  gerilmesi ise % 34.0 oranında azalmaktadır. Ara yüz kesme kuvvetleri ise % 12 oranında artmaktadır.

Levha kalınlığı aynı tutulup, beton kalınlığı % 33 arttırıldığında betondaki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 26.4 azalmakta, çelik levhadaki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 12.7

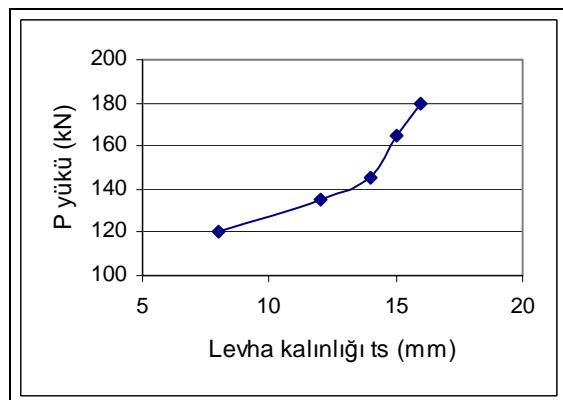
azalmakta,  $\tau_{\max}$  gerilmesi ise % 31.2 azalmaktadır. Ara yüz kesme kuvvetleri ise % 41.4 azalmaktadır.

Tablo 1. P = 135000 N'luk Yük Etkiyen 4 Farklı Model İçin Beton, Çelik Levha ve Bağlantıda Oluşan Maksimum Gerilme Oranları.

	Beton $d_c = \text{mm}$	Beton $\sigma_{\max} / \sigma_{em}$	Çelik Levha $\sigma_{\max} / \sigma_{em}$	Kesme çivi Bağlantısı $\tau_{\max} / \tau_{em}$
Model-1	150 8	1.032	0.794	1.132
Model-2	150 16	0.585	0.622	0.747
Model-3	200 8	0.760	0.693	0.779
Model-4	200 16	0.359	0.449	0.548

Levha kalınlığı % 100, beton kalınlığı % 33 arttırıldığında betondaki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 65.2 azalmakta, çelik levhadaki  $\sigma_{\max}$  gerilmesi % 43.4 azalmakta,  $\tau_{\max}$  gerilmesi ise % 51.6 azalmaktadır. Ara yüz kesme kuvvetleri ise % 18 azalmaktadır.

Ayrıca ÇCK sistemlerin kesme çivilerinde öncül göçme başlaması durumunda, yük ile beton derinliği ve yine yük ile çelik levha kalınlıkları arasındaki bağıntıların parabolik olduğu yapılan yeni analizlerle elde edilerek aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir.

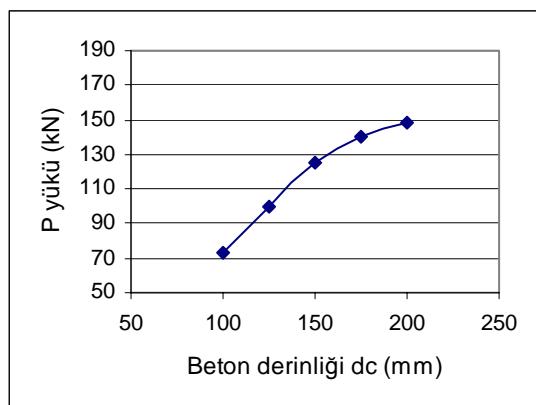


Şekil 10.  $d_c=150$  mm için yük-levha kalınlığı eğrisi.

Şekil 10'da görüldüğü gibi beton derinliği  $d_c=150$  mm için yük-levha kalınlığı arasındaki bağıntı;

$$P = 0.2308 t_s^3 - 7.2872 t_s^2 + 79.115 t_s - 164.67$$

olarak bulunmuştur.

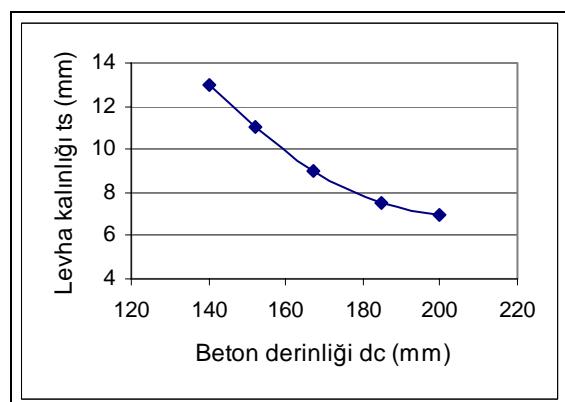


Şekil 11.  $t_s = 8$  mm için yük-beton derinliği eğrisi.

Şekil 11'de görüldüğü gibi çelik levha kalınlığı  $t_s = 8$  mm için yük-beton derinliği arasındaki bağıntı;

$$P = -0.00003 d_c^3 + 0.0065 d_c^2 + 0.6624 d_c - 31.871$$

olarak bulunmuştur.



Şekil 12.  $P=135000$  N için levha kalınlığı-beton derinliği eğrisi.

Şekil 12'de görüldüğü gibi  $P=135000$  N için levha kalınlığı-beton derinliği arasındaki bağıntı;

$$t_s = -0.000003 d_c^3 + 0.0002 d_c^2 - 0.3763 d_c + 55.644$$

olarak bulunmuştur.

Elde edilen bu sonuçları bütün betonarme kirişler için genellemek yanlışır. Bu sonuçlar kullanılan malzemelerin özelliklerindeki değişimlere bağlı olarak farklılıklar gösterebilir.

Bu analizlerin kısmi etkileşimin olduğu çift cidarlı kompozit kiriş elemanlarında da araştırılması, ileride yapılacak daha kapsamlı çalışmalarla yol göstermesi açısından faydalı olacaktır.

## 5. SEMBOLLER

$\delta_{\text{Max}}$	:	Maksimum normal gerilme
$\delta_{\text{em}}$	:	Emniyetli normal gerilme
$\tau_{\text{max}}$	:	Maksimum kayma gerilmesi
$\tau_{\text{em}}$	:	Emniyetli kayma gerilmesi
$d_c$	:	Beton derinliği
$t_s$	:	Levha kalınlığı
$P$	:	Uygulanan kuvvet

## 6. KAYNAKLAR

Anonymous, 1997. Ansys 5.4 version, Computer Aided Engineering Associates, 398 Old Sherman Hill RoadWoodbury, CT. 06798.

Büyükkaragöz, A. 2000. Yüksek Lisans Tezi, Kırıkkale Üniversitesi. Çift Cidarlı Kompozit Kirişlerin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Gerilme Analizi ve Optimum Dizaynı, 17-18.

Dogan, O. & Roberts, T. M. 1998. Fatigue of Welded Stud Shear Connectors in Steel-Concrete-Steel Sandwich Beams. Journal of Structural Steel Research, Vol. 45, No.3.

Dogán, O. 1997. Phd Thesis, University of Wales College of Cardiff. Fatigue of Welded Stud Shear Connectors in Double Skin Composite Construction, pp 0-57.

Ersoy, U. 2001. Betonarme Temel İlkeler, 59 s. Bizim Büro Basımevi, Ankara.

Fang, L. X., Chan, S. L., Wong, Y. L. 2000. Numerical Analysis of Composite Frames with Partial Shear-Stud Interaction by One Element Per Member. Engineering Structures, Vol. 22.

Halam, M. W. 1976. August. The Behaviour of Stud Shear Connectors Under Repeated Loading, University of Sydney School of Civil Engineering Research Report, R 281.

Lo, K. K. 1978. MEngSc Thesis, University of Melbourne. Fatigue Behaviour of Stud Connectors in composite Plate and Slab Systems.

Moavani, S. 1999. Finite Element Analysis Theory and Application with Ansys 450 s. Prentice –Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey 07458.

- Oehlers, D. J. & Coughlan, C.G. 1986. The Fatigue Strength of Stud Shear Connections in Composite Beams, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 6.
- Oehlers, D. J. & Foley, L. 1985. June. "The Fatigue Strength of Stud shear Connections in Composite Beams" Proceedings ICE, pt 279.
- Oehlers, D. J. & Nguyen, N. 1997. Great Britain. Partial Interaction in Composite Steel and Concrete Beams with Full shear connection. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 41, No. 2/3.
- Toplin, G. & Grundy, P. 1997. "Incremental Slip of Stud Shear Connectors Under Repeated Loading" Proceedings of the IABSE International Conference Composite Construction-Conventional and Innovative, Innsbruck.
- Toplin, G. & Grundy, P. 1995. "The Incremental Slip Behaviour of Stud Shear Connectors" Proceedings of the Fourteenth Australian Conference on the Mechanics of Structures and Materials, Hobart, Australia.
- Yavuzer, M. 2005. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi. Monotonik Yükleme Etkisi Altında Dikdörtgen Kesitli Betonarme Kirişlerin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Nonlinear Analizi, 40-41.
- 
-